Arredondo-Ruiz, J. H. & Mendoza-Torres, F. J.
2019
Las matemáticas y las tecnologías de la información y la comunicación.
Cathedra et Scientia.
International Journal
5(2) 59-75
Julio-Diciembre 2019

ISSN: 2448-5322

EDUCACIÓN
Propuestas Pedagógicas

LAS MATEMÁTICAS Y LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y COMUNICACIÓN[1]

THE INFORMATION AND COMMUNICATION OF MATHEMATICS AND TECHNOLOGIES

Juan Héctor Arredondo Ruíz y Francisco Javier Mendoza Torres[2]
Universidad Autónoma Metropolitana / Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
México

RESUMEN

Si bien es cierto que las nuevas tecnologías de la información y de la comunicación nos ofrecen grandes y nuevas posibilidades en el desarrollo de los procesos de enseñanza-aprendizaje, no hay que soslayar que la esencia de estos procesos es la misma que antes y que este abanico de novedosas posibilidades no siempre es accesible para algunos grupos sociales. Debido a estas nuevas tecnologías nos preguntamos si podemos o debemos cambiar, o por lo menos modificar, los procesos de enseñanza-aprendizaje. Estos cuestionamientos nos conducen a distintas respuestas. Partimos del hecho que los ambientes virtuales son únicamente facilitadores para el aprendizaje y la enseñanza, pero también de cómo en la enseñanza de las matemáticas mejoran el rendimiento y diversifican las actividades que pueden desarrollar los alumnos.

ABSTRACT

The new information technologies offer the consumers great and new possibilities in the development of teaching-learning methodology. However, it is important to point out that the essence of these procedures is the same as before and that this variety of great and new possibilities are not always available to some social groups. Hence, the objective of this paper is to reflect if the teaching-learning methodology should adapt, change or modify itself to fit this new technologies. This reflection leads to different answers. As it is discussed the fact that the virtual environments are only teaching-learning tools. And, it also leads that the use of these technologies show a significant performance and generalization in the teaching of mathematics.

PALABRAS CLAVE

Matemáticas, tecnología, aprendizaje

KEYWORDS

Mathematics, technology and learning

---

[1] Recibido el 15 de abril de 2019 y aceptado 15 de julio de 2019.

[2] E-mail: iva@xanum.uam.mx

5(2) 59-75
Julio-Diciembre 2019
ISSN: 2448-5322

La mitad de la población mexicana es internauta, y casi la totalidad de los jóvenes. 62.4 millones de mexicanos usan internet (Villamil, 2016). Alrededor del 70% de usuarios de internet no distingue entre información falsa y verdadera (Proal, 2016).

Estos datos muestran que el uso de las nuevas tecnologías no es automáticamente provechoso, que es necesario adecuar convenientemente cada herramienta tecnológica para beneficio real de las personas.

Ante la inmensa cantidad de información que un cibernauta debe "filtrar", su capacidad de análisis es primordial.

Debido a que una característica fundamental de las matemáticas es el análisis lógico de procesos, entonces su adecuada enseñanza ayudaría a que la información captada por internet fuese mejor ubicada y procesada. A su vez, el internet podría apoyar a la enseñanza de esta ciencia.

Si pensamos en un científico de una ciencia experimental de hace un siglo traído al presente, éste quedaría perplejo al ingresar a un laboratorio y no sabría utilizar muchos instrumentos o realizar experimentos.

En cambio, quizá sí podría impartir su clase con poca dificultad. En analogía, un profesor de matemáticas puede impartir su clase sin recurrir a las nuevas tecnologías, sin embargo éstas pueden ayudar a facilitar su aprendizaje.

Es un hecho indiscutible que los gobiernos mexicanos no han apoyado de forma consistente la educación pues la inversión en ella es ínfima.

ISSN: 2448-5322

Optimizando esta situación por parte de nosotros los profesores y considerando a las nuevas tecnologías como el poder de la abstracción y las teorías científicas, entonces podemos emplearlas en nuestra labor.

Una ciencia que no es suficientemente apreciada por los matemáticos pero que se ha encargado de realizar estudios en la enseñanza de las matemáticas es la psicología.

La relación entre estas dos ciencias es intrínseca. Piaget (1994) señala seis etapas del desarrollo intelectual del niño en las que en cada una de ellas se aprecian las relaciones dialécticas con la matemática, desde un sentido intrínseco no necesario explícito.

En ese trabajo, Piaget hace manifiesto que una de las tareas de la psicología es el estudio de la adquisición, desarrollo y aplicación del pensamiento, en particular del matemático.

Para la psicología, las matemáticas son un objeto interesante de estudio por su relativa independencia de cuestiones extra-escolares, su importancia en la estructura escolar, su abstracción y el nivel de complejidad y dificultad en las tareas de aprendizaje que comprende.

La pregunta que se pretenden contestar en este contexto es ¿cómo se enseñan y se aprenden las matemáticas?

Las matemáticas se desarrollan en base a conceptos que la mayoría de las veces no tienen una representación física, o que al menos es difícil representarlos por imágenes y que para analizarlos es necesario pensar en sus interrelaciones, no en sus contenidos.

ISSN: 2448-5322

Este hecho representa una gran dificultad para su comprensión. A pesar de esta situación, no ha sido de interés primordial de los matemáticos desarrollar análisis de los procesos de razonamiento y en consecuencia de la elaboración de mecanismos para su enseñanza

Este tipo de investigación ha sido abordada por pocos matemáticos. En general, un profesor de matemáticas superiores cuando aborda el problema de la enseñanza se limita, cercanamente, a definir los temas que deben enseñarse.

Han existido controversias sobre si las matemáticas tienen un poder generador. Ya Judd, (1908) y Thorndike (1923), concluían que el principal logro de la educación matemática es el desarrollo de facultades mentales.

Aunque Thorndike afirmaba que la enseñanza directa de las competencias deseadas suele ser más eficiente y económica que los efectos indirectos que se esperan obtener.

El argumento de que lo aprendido al estudiar matemáticas no se transfiere o se generaliza, generó una reconsideración de las justificaciones para enseñar matemáticas, y ha puesto en lados opuestos a psicólogos y maestros de matemáticas. Tenemos dos aspectos que consideramos íntimamente relacionados, pero que pueden armonizar o interferirse.

Los problemas del proceso de enseñanza-aprendizaje son los mismos que antes, aunque ahora pueden ser encarados con las nuevas tecnologías.

Estas tecnologías permiten tener a la disposición de los usuarios muchos instrumentos para su aprendizaje en cada momento.

ISSN: 2448-5322

Siendo una tarea de las matemáticas el análisis de la esencia de los objetos que estudia, es obligación de la educación matemática sintetizar de manera óptima el conocimiento que se requiere estudiar en cada curso.

Es obligación del profesor, o al menos debería serlo, el requerir lo mínimo necesario para acreditar un curso, pero garantizándole al alumno el conocimiento que requerirá posteriormente.

En este trabajo apuntamos sobre la conveniencia de establecer un mínimo necesario de conocimiento requerido en un curso; sus posibles implicaciones negativas en el poder generador de las matemáticas y el diseño de un curso.

Según el modelo del camino del descubrimiento del conocimiento matemático de Buchberger (Buchberger's Creativity Spiral) (ver Fig. 1) se distinguen tres fases:

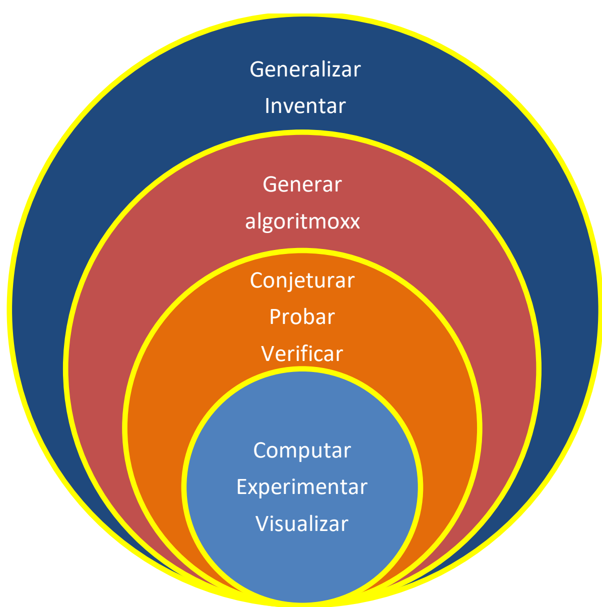

Figura 1. Espiral de creatividad de Buchberger

ISSN: 2448-5322

A partir de un conocimiento previo se proponen ejemplos (experimentación). Al estudiar varios ejemplos se encuentran patrones o propiedades comunes por observación, sugiriendo conjeturas.

Estas conjeturas se comprueban o rechazan, creando teorías o teoremas (comprobación).

En el desarrollo de las teorías aparecen nuevas situaciones no consideradas previamente, donde las teorías son aplicadas (aplicación); generando nuevos algoritmos y conocimientos. Se regresa entonces al estadio inicial, y se repite el proceso.

Muchas teorías sobre el aprendizaje consideran el aprendizaje como un proceso en el cual la experimentación debe ser esencial, y que no es necesario enseñar algo que puede ser aprendido por experimentación.

Actualmente se enseña matemáticas como un proceso deductivo, donde el estudiante tiene que aprender reglas o métodos, para luego intentar aplicarlos en la resolución de problemas donde principalmente se rehacen cálculos algebraicos. Kurtz (2000) recomienda el uso intensivo y extensivo de computadoras en la enseñanza de matemáticas. Sus ventajas según su parecer son: (a) realimentación inmediata en las respuestas de los alumnos, y la consecuente detección de errores por parte de ellos; (b) posibilidad de estudiar ejemplos más complejos y realistas; (c) aprender experimentando; (d) poder visualizar los problemas, formando imágenes mentales con lápiz y papel, o con la ayuda de tecnología y utilizarla con efectividad para el descubrimiento y comprensión de nociones matemáticas (Carrión, 1999); (e) apoyo en el refuerzo de sus habilidades de cálculo.

Podemos asumir las siguientes circunstancias: (1) El alumno requiere al profesor las 24 horas del día. (2) En matemáticas, los alumnos no saben qué preguntas se deben hacer y por lo tanto cómo y qué estudiar; (3) Es mejor abordar el proceso de enseñanza-aprendizaje de manera constructiva o experimental.

ISSN: 2448-5322

Ahora comentamos brevemente estas condiciones. En el inciso (1) simplemente apuntamos lo que sería la situación ideal. Respecto a (2) podemos decir que desde fines de los 50' existe una brecha entre las matemáticas enseñadas en universidades y las de niveles anteriores, así como un decrecimiento de estudiantes en carreras relacionadas a matemáticas. Esta situación viene sucediendo en mayor o menor grado desde entonces. El desfasamiento de los alumnos que llegan a las universidades es notorio, porque ocurre la mayor deserción en los primeros años.

En particular por los cursos en el inicio de la licenciatura en Matemáticas como Cálculo Diferencial y Cálculo Integral impartidos en la UAM-I, y en general en las escuelas de matemáticas del país.

Concerniente a (3), en la práctica docente que hemos vivido, y que coincide con la de algunos otros docentes cercanos a nuestra área del conocimiento, nos encontramos con la realidad de que nuestros alumnos están desmotivados y no alcanzan a percibir la utilidad práctica de su materia de estudio.

Las matemáticas tienen una parte muy abstracta, y los alumnos que estudian esta licenciatura usualmente se confunden en el lenguaje abstracto y simbólico. Aterrizar esta estructura en algo tangible resulta algunas veces muy difícil para el alumno, y que por otra parte no siempre aporta un mejor entendimiento a sus problemas conceptuales inmediatos.

Para un alumno sería ideal que le presentásemos una lista de cierto número de ejercicios que le asegurasen un buen grado de dominio de la materia en cuestión (y la aprobación del curso). Sin embargo, lo que usualmente hacemos es todo lo contrario.

ISSN: 2448-5322

Esto se relaciona con el tiempo que el alumno ocupa en comprender y aplicar una metodología.

La cuestión es, ¿cuántas actividades (o ejercicios) que proponemos no son esenciales para su aprendizaje?

Como profesores tenemos la obligación de buscar la esencia de los temas que se abordarán en un curso, pero claro que es una tarea muy difícil.

El minimalismo es una tendencia estética e intelectual que busca la expresión de lo esencial eliminando lo superfluo.

Las matemáticas son minimalistas en el sentido que los modelos matemáticos deben buscar la esencia de los procesos que trata de modelar, a costa de que si no es así resulte inservible por complicado.

En matemáticas los conceptos y la metodología son la parte relevante y profunda de esta disciplina. Y es donde subyace el potenciador del desarrollo de las facultades mentales. Pero contradictoriamente, encajona en una estructura muy rígida a los individuos. Precisamente esto es lo que encuentran tortuoso los estudiantes de matemáticas. Si además éstos se encuentran exactamente en una etapa relativamente temprana de su vida puede resultar en algo contraproducente, o por lo menos difícil de asimilar.

Desde un punto de vista histórico, la humanidad hace descubrimientos o avances científicos mediante experimentación; por prueba y error, en particular también en matemáticas.

ISSN: 2448-5322

Desgraciadamente esto lleva mucho tiempo, lo que es imposible reproducir en un curso. Además, las personas que investigan y aplican el método de prueba y error tienen un alto nivel de comprensión en la materia que investigan, muchas veces de expertos.

O sea que hacer una similitud de la experimentación en investigación en un salón de clases no es tan válida.

Ciertamente es una forma conveniente de desarrollar investigación, como se comprueba históricamente.

Sin embargo, habría que suponer más bien que el poder formativo o desarrollador de las facultades mentales que se asocian con las matemáticas está en la fase de la comprobación y la prueba, es decir, en su estructura metodológica deductiva.

Por otra parte, hay que separar la parte conceptual de la parte operativa de un tema o materia. Por ejemplo, es posible que el alumno pueda realizar las operaciones elementales de suma y multiplicación de dos números reales, pero otra cosa es entender la construcción (de Dedekind) de la recta real, que es un tema avanzado de Análisis Matemático.

Podemos decir que hay niveles de entendimiento, y que debemos estar conscientes que la computadora nos podrá facilitar imágenes, pero que por sí solas no significan mucho sino que necesitan ser asociadas a un marco conceptual teórico que el alumno debe de alguna forma aprender.

El uso de la computadora nos permite llegar a los niveles más altos de entendimiento de los problemas al resolver la parte operativa o mecánica de las matemáticas, pero paradójicamente, quizá a costa de que el alumno no tenga la madurez necesaria de entendimiento para esto.

ISSN: 2448-5322

Recomendaríamos entonces el uso de la computadora como un apoyo, pero no como sustituto de los conocimientos de los alumnos. La computadora es un efectivo detector de errores con realimentación inmediata para el alumno.

Para ejemplificar esto, consideremos el siguiente ejercicio típico de un curso de Cálculo Diferencial. Se pide calcular el límite:

$$\lim_{t \to 0} \frac{1 - \sqrt{t + 1}}{t}.$$

La computadora nos da inmediatamente el resultado correcto $-\frac{1}{2}$.

Pero el que el alumno no sepa cómo llegar a este resultado solamente retarda el aprender este procedimiento para cursos posteriores, porque en cursos más avanzados se le requiere que compruebe que esto es cierto.

Para su comprobación tendrá que hacer operaciones algebraicas muy similares a las que se necesitan realizar para el cálculo algebraico del límite, combinándolos con nuevos conceptos y elementos.

Es muy recomendable, por otro lado, que el alumno reciba inmediatamente la realimentación a las respuestas de los ejercicios que trata de resolver. Sean tareas expresamente recomendadas por el profesor o no.

El uso de la computadora resulta muy adecuado para la inmediata realimentación a sus respuestas.

ISSN: 2448-5322

En conclusión, lo que estamos diciendo es que no podemos asegurar que el desconocimiento de una habilidad matemática “menor”, como quizá es la simple manipulación algebraica, no repercuta en el aprendizaje posterior.

Es bueno remarcar, por otra parte, que la computadora nos ayuda a visualizar un problema matemático.

En el ejemplo anterior, la computadora nos puede apoyar sobre el posible resultado que “debemos obtener”. Al graficar la función

$$f(t) = \frac{1-\sqrt{t+1}}{t},$$

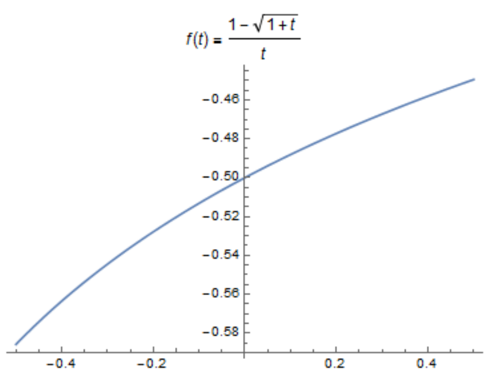

Figura 2. Gráfica de la función $f(t) = \frac{1-\sqrt{t+1}}{t}$

La computadora nos muestra la Figura 2. La imagen nos induce a pensar que los valores de la expresión algebraica $\frac{1-\sqrt{t+1}}{t}$ alrededor de $t = 0$ son cercanos al valor $-\frac{1}{2}$.

Es decir,

$$\lim_{t\to 0} \frac{1-\sqrt{t+1}}{t} = -\frac{1}{2}.$$

ISSN: 2448-5322

Saber o suponer de antemano la respuesta ayuda mucho, y el verificar nuestras respuestas de distintas maneras es muy recomendable porque es una forma de asegurar la certeza de nuestro razonamiento o cálculo.

Por otro lado, tener únicamente la computadora para comprobar nuestros razonamientos no necesariamente es lo mejor.

El verificar de otras maneras las respuestas seguramente implicará mayor profundidad en los conocimientos por parte del alumno. Quizá esto no se enfatiza suficientemente.

Al final de cuentas, los distintos enfoques que demos a un concepto o problema nos proveen de más herramientas para entenderlo o resolverlo.

Las matemáticas son una ciencia que tiene una metodología exacta y precisa cuyas implicaciones son válidas para siempre.

Existe una anécdota sobre alguien que demostró que “el hombre no puede volar”. La “falacia o error” de esta aseveración radica en los supuestos o hipótesis que se asumen como válidas, no en los procesos de deducción.

Esta ciencia ha constituido una fuerza motriz en la humanidad durante casi todo el tiempo.

Paradójicamente, el poder de las matemáticas de desarrollar las facultades mentales o potenciar las habilidades conlleva el costo de encajonar en una estructura rígida la forma de pensar y proceder de una persona. Podemos decir que le quita un poco de creatividad al alumno cuando no aplica estos conocimientos a la resolución de problemas.

ISSN: 2448-5322

Esto tiene mucho que ver, pensamos, con la necesidad como profesores de plantearnos los objetivos de un curso y hasta qué habilidades podemos exigir a nuestros alumnos.

Históricamente, los avances científicos más importantes se resuelven por prueba y error; además con la participación de varias personas que aportan nuevas ideas, hasta que se sintetizan todos estos conocimientos en una teoría que lo comprende todo. ¿Por qué entonces individualizar el esfuerzo en un salón de clases, provocando la inhibición de los participantes?

Resulta relevante en este momento mencionar que la participación en clase de los alumnos es muy escasa provocada por temor.

El planteamiento que hacemos es muy concreto:

(i) Plantear los objetivos del curso en base a una lista de ejercicios y problemas “tipo” que el alumno deberá ser capaz de resolver, en cursos básicos.

(ii) Uso de la plataforma virtual en la que el alumno pueda ejercitarse y realimentarse suficiente e inmediatamente.

(iii) Elaboración por parte del profesor de ejercicios y problemas que puedan ser consultados en una plataforma virtual, con soluciones.

(iv) La calificación determinante para aprobar un curso debería ser en base a los ejercicios o problemas que el alumno haya desarrollado previamente en clase o en el aula virtual.

ISSN: 2448-5322
5(2) 59-75
Julio-Diciembre 2019

Con base en el conocimiento adquirido durante el curso, desarrollar proyectos en grupos sobre problemas propuestos por el instructor o por los mismos grupos, aunque expuestos de manera individualizada.

Respecto al inciso (i) remarcamos que para el alumno promedio es frustrante cuando se encuentra en un examen un ejercicio que tiene un elemento desconocido para él. Igual si lo debió aprender en cursos anteriores o no.

Quizá esto es lo que más desconcierta a un alumno en su aprendizaje, y que en matemáticas suele ocurrir porque los profesores consideramos que el “ingenio” y la “creatividad” en la resolución de ejercicios o problemas son parte del aprendizaje.

En cuanto al inciso (ii), es importante que el alumno tenga la suficiente práctica en la resolución de ejercicios, y de los cuales tenga la realimentación pronta y confiable de sus respuestas. Incluso, es necesario que a través del aula virtual tuviera acceso a otros problemas semejantes a un problema o ejercicio cuando su respuesta no sea la correcta.

Dicho sea de paso, estamos trabajando en un proyecto que nos ayudará a generar por medio de la computadora problemas y ejercicios afines.

En el inciso (iii) estamos planteando el restringir en la medida de lo posible la discrecionalidad de los profesores en la evaluación, al acotar la discrecionalidad en los exámenes que deben presentar los alumnos para la aprobación del curso.

Al tener el alumno un objetivo bien definido para poder aprobar el curso, consecuentemente se podrá avanzar rápidamente en la parte teórica, lo que dará un espacio de tiempo para que la mayoría de los alumnos desarrollen proyectos donde se podrían aplicar los conocimientos adquiridos.

ISSN: 2448-5322

Aquí los alumnos tratarían de ser creativos y originales, discutiendo en grupos de trabajo, experimentando o simplemente planteando problemas.

CONCLUSIONES

Los recursos informáticos pueden coadyuvar al proceso de enseñanza-aprendizaje.

La utilización de estos recursos es esencialmente práctica y la comprobación de sus respuestas son inmediatas, mientras que en Matemáticas el aprendizaje es más teórico y la comprobación de respuestas no son mediatas generalmente, debido a las limitaciones humanas de tiempo y trabajo por parte del profesor.

Razón por la cual en la medida que introduzcamos más herramientas informáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje estaremos aterrizando, en cierta medida, la estructura simbólica y abstracta de las matemáticas al menos a niveles preuniversitarios o inicios del universitario.

El diseñar actividades que sean posibles de realizar a cualquier hora fuera de clases debe ser un requisito en el diseño de los cursos.

Pero no es suficiente el dejar tareas extramuros, sino que incluya la realimentación inmediata o pronta, y que sea confiable.

El uso de la computadora, específicamente de programas que procesen la parte algebraica y gráfica de temas matemáticos seguramente facilitarán al alumno su aprendizaje, al darle la posibilidad de practicar exhaustivamente.

ISSN: 2448-5322

Edward G. Begle (1969), matemático y educador propuso que las matemáticas educativas deberían ser una ciencia experimental que siguieran los mismos métodos de la física y las ciencias naturales, para construir una teoría de las matemáticas educativas en la cual se formulen hipótesis que sean comprobadas o modificadas de acuerdo a las observaciones. Por otra parte, se está orientando la investigación en educación cada vez más a los salones de clases y escuelas, y a los contenidos de los textos vigentes.

Esto hace que las teorías emanadas de estas investigaciones no tomen en consideración todas las variables para lograr una mejor enseñanza de las matemáticas.

Se necesita una integración más profunda de investigación y práctica docente, poniendo al mismo nivel, en todos los sentidos, ambas actividades.

El problema de la educación es muy complejo, y al considerar la injerencia de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas se podría estar en un punto de partida para desarrollar investigación en educación. Nos podemos plantear para un futuro la pregunta: ¿Es posible optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática a tal grado que se puedan lograr nuevos elementos personalizados, independientemente de las características de cada entorno social y situación curricular de profesor y alumnos?

En estos puntos podemos estar de acuerdo.

REFERENCIAS

- Begle, E. G. (1969), The role of research in the improvement of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics,* 2, 232-244.

ISSN: 2448-5322

- Carrión M., V. (1999), *Álgebra de funciones mediante el proceso de visualización*. México: Depto. de Matemática Educativa, CINVESTAV.
- Freudenthal, H. (1979), *Mathematik als pedagogische Aufgabe*. Klett Studienbücher.
- Judd, C. H. (1908). The relation of special training to general intelligence, *Educational Review*, 36, 28-42.
- Kutzler, B. (2000). *The Algebraic Calculator as a Pedagogical Tool for Teaching Mathematics. T3 World-Wide Conference* (pp. 6-8), Tokyo, Japan.
- Macías Ferrer D. (2007), Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación,* 42.
- Piaget, J. (1994). *Seis estudios de psicología*. Madrid, España: Edición 3, Volumen 2: Labor.
- Proal J. P. (2016), *La masificación del rumor*, *Edición Especial 53*. México: Proceso
- Thorndike, E. L., Cobb, M. V., Orleans, J. S., Symonds, P. M., Wald, E., Woodyard, E.(1923). *The psychology of algebra*. New York: Macmillan Co.